Physikalisches Anfängerpraktikum
Travaux Pratiques de Physique
Freshman Physics Labs
https://aplabs-physics.unifr.ch

#104: Viscosité

Compilé le 15 septembre 2021.

Table des matières

1 Théorie : 3
1.1 La viscosité η 3
1.2 Glycérine dans les solutions aqueuses 3
1.3 Écoulement laminaire et turbulent 4
1.4 La loi de Hagen-Poiseuille 4
1.5 Écoulement laminaire autour d'une sphère 5

2 L'appareil 6
2.1 Écoulement laminaire dans un tube 6
2.2 Écoulement laminaire autour d'une sphère 6
2.3 Le viscosimètre basé sur le temps de chute 7

3 Avant de venir au labo 7

4 Travaux à effectuer 8
4.1 Tâche : Mesure du débit de glycérine dans deux capillaires et détermination de la viscosité en utilisant la loi de Hagen-Poiseuille. 8
4.2 Tâche : Mesure du temps de chute de la bille dans un cylindre rempli de glycérine et calcul de la viscosité avec la loi de Stokes. 8
4.3 Tâche : Détermination de la dépendance en température de la viscosité en utilisant un viscosimètre basé sur la méthode de la chute de la bille. 9
4.4 Tâche : Comparaison des résultats obtenus dans les points précédents. 9

Objectifs

Le but du travail est d'observer l'écoulement laminaire d'un liquide dans un tube (*loi de Hagen-Poiseuille*) ainsi qu'autour d'une sphère. Les expériences menées permettront de déterminer le coefficient de frottement η d'un liquide et sa dépendance en température.

Sécurité

Malgré nos efforts pour tenir les labos AP propres, les expériences, faites les années passées, ont pu laisser des traces de produits chimiques nocifs sur les tables. Ces traces représentent un danger potentiel lorsque vous faites quelque chose de déraisonnable comme manger dans la salle du labo AP. Donc, comme dans tout laboratoire de recherche, il est **strictement interdit** de manger, de boire ou de mastiquer du chewing-gum. Si vous avez la mauvaise habitude de ronger vos stylos ou vos ongles, nous vous prions d'exercer un peu d'autocontrôle pendant vos heures de présence au labo.

1 Théorie :

1.1 La viscosité η

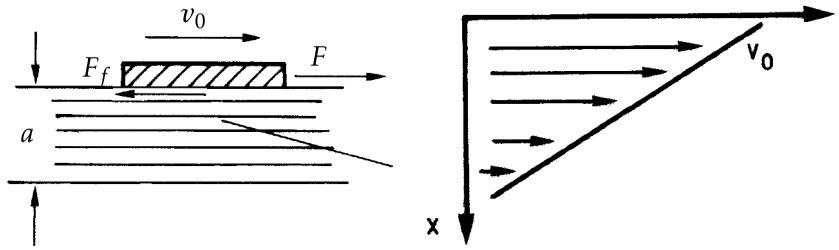


Figure 1 – Gauche : Force de déplacement dans un liquide. Droite : Gradient de vitesse dans un fluide.

La force F nécessaire pour déplacer une plaque parallèlement à une paroi, à une distance a de la paroi et à vitesse constante v_0 (la Fig. 1, gauche) dans un liquide est donnée par :

$$F = \eta S \frac{v_0}{a} \tag{1}$$

Où $\frac{v_0}{a}$ est le gradient de vitesse, S la surface de contact de la plaque et η la viscosité (ou coefficient de frottement interne) ; les unités de η sont : $[\eta]$ = masse / (temps) (longueur). Dans le système international η est mesuré en Poise.

$$1 \text{ Poise} = 1 \text{ g cm}^{-1} \text{ s}^{-1} = 10^{-1} \text{kg m}^{-1} \text{ s}^{-1} \tag{2}$$

La force s'opposant à F, est nommée force de frottement F_f.

$$F = -F_f \tag{3}$$

Les couches de liquide formant l'interface de la plaque et de la paroi ne glissent pas par rapport à celles-ci. Il ne s'agit donc pas de frottements entre un solide et un liquide, mais de frottements entre deux couches avoisinantes de liquide qui se déplacent à des vitesses différentes. Si l'épaisseur du liquide entre la plaque et la paroi n'est pas trop importante, il s'y établit un gradient *linéaire* de vitesses (la Fig. 1, droite). L'Éq. (1) devient alors :

$$F = \eta S \frac{dv}{dx} \tag{4}$$

Matière	Viscosité Poise	Température °C
Eau	0.01789	0
	0.01005	20
	0.00282	100
Sang	0.0270	37
Alcool éthylique	0.01190	20
Glycérine (100%)	14.10	20
Air (1 atm)	0.000171	0

Table 1 – Viscosité de quelques matières.

La viscosité des liquides décroît fortement à mesure que la température augmente. Par conséquent il est indispensable d'indiquer la température à laquelle la viscosité a été mesurée. Pour beaucoup de liquides il existe un domaine limité de températures au sein duquel la variation de viscosité peut être raisonnablement approximée par la relation

$$\eta = Ae^{-T/T_c} \tag{5}$$

Où A et T_c sont des constantes empiriques. Les Tables 1 et 2 donnent quelques exemples.

1.2 Glycérine dans les solutions aqueuses

La glycérine est une matière très hydrophile et extrait ainsi une partie de l'humidité de son environnement. Puisque les liquides utilisés

dans l'expérience ne peuvent être isolés complètement, la part d'eau dans les solutions de glycérine augmente constamment. La Table 2 montre la valeur de la viscosité d'une certaine quantité de glycérine dans une solution aqueuse à différentes températures.

	Température, en °C						
Glycérine % poids	10	20	30	40	50	60	70
0	1.308	1.005	0.8007	0.6560	0.5494	0.4688	0.4061
10	1.74	1.31	1.03	0.826	0.680	0.575	0.500
20	2.41	1.76	1.35	1.07	0.879	0.731	0.635
30	3.49	2.50	1.87	1.46	1.16	0.956	0.816
40	5.37	3.72	2.72	2.07	1.62	1.30	1.09
50	9.01	6.00	4.21	3.10	2.37	1.86	1.53
60	17.4	10.8	7.19	5.08	3.76	2.85	2.29
65	25.3	15.2	9.85	6.80	4.89	3.66	2.91
67	29.9	17.7	11.3	7.73	5.50	4.09	3.23
70	38.8	22.5	14.1	9.40	6.61	4.86	3.78
75	65.2	35.5	21.2	13.6	9.25	6.61	5.01
80	116	60.1	33.9	20.8	13.6	9.42	6.94
85	223	109	58	33.5	21.2	14.2	10.0
90	498	219	109	60.0	35.5	22.5	15.5
91	592	259	127	68.1	39.8	25.1	17.1
92	729	310	147	78.3	44.8	28.0	19.0
93	860	367	172	89	51.5	31.6	21.2
94	1040	437	202	105	58.4	35.4	23.6
95	1270	523	237	121	67.0	39.9	26.4
96	1580	624	281	142	77.8	45.4	29.7
97	1950	765	340	166	88.9	51.9	33.6
98	2460	939	409	196	104	59.8	38.5
99	3090	1150	500	235	122	69.1	43.6
100	3900	1410	612	284	142	81.3	50.6

Table 2 – Viscosité de solutions de glycérine aqueuses pour des températures différentes (« Properties of Ordinary Water-Substance. » N.E. Dorsey, p. 184, New York (1940)). Les unités sont les centipoises, c.-à-d. 0.01 Poise.

1.3 Écoulement laminaire et turbulent

Lors d'un écoulement laminaire les lignes de courants restent parallèles entres elles et les couches proches des parois ne glissent pas par rapports à celles-ci. L'écoulement est principalement sensible aux forces de frottement interne.

Lorsque la vitesse augmente, le flux laminaire laisse place à un autre type d'écoulement lorsque la vitesse critique est atteinte : les couches de liquides qui jusqu'alors étaient parallèles se mélangent. On observe alors un mouvement irrégulier de mélange présentant des boucles, appelées turbulences.

La formation de boucles requiert de l'énergie que seul le liquide lui-même peut fournir, c'est-à-dire la résistance à la formation des turbulences doit être dépassée. Une résistance proportionnelle à v^2 doit être ajoutée aux forces de frottement.

1.4 La loi de Hagen-Poiseuille

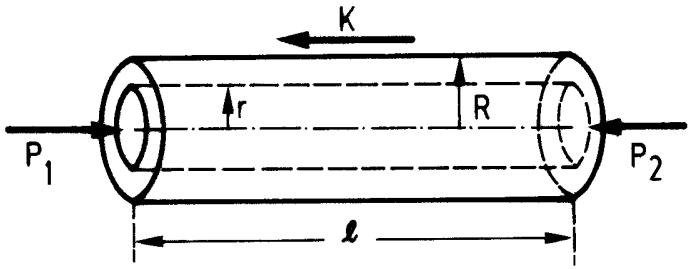


Figure 2 – Tube cylindrique de diamètre constant.

On observe l'écoulement laminaire d'un liquide dans un tube cylindrique de diamètre constant, voir la Fig. 2.

La couche de liquide en contact avec la paroi du tube ne se déplace pas (hypothèse de non glissement). Pour les calculs, le fluide est divisé en tubes de longueur ℓ, de rayon r et d'épaisseur dr. A cause

de la symétrie du système, la vitesse d'écoulement dépend uniquement de r, $v = v(r)$. Les forces s'exerçant sur un volume élémentaire, parallèlement au sens de l'écoulement sont :

1. La pression :

$$(p_1 - p_2)\pi r^2 = \Delta p \pi r^2 \tag{6}$$

2. Les forces de frottement présentées dans l'Éq. (3) :

$$F_f = -\eta S \frac{dv}{dr} \quad \text{avec} \quad S = 2\pi r \ell \tag{7}$$

Pour que l'écoulement soit stationnaire, il faut que ces deux forces soient égales

$$\Delta p \pi r^2 = -\eta 2\pi r \ell \frac{dv}{dr} \tag{8}$$

$$dv = -\frac{\Delta p}{2\eta\ell} r dr. \tag{9}$$

En intégrant l'Éq. (9) on obtient

$$v = -\frac{\Delta p}{4\eta\ell} r^2 + C. \tag{10}$$

La valeur de la constante C est obtenue grâce à la condition limite de non glissement $v(R) = 0$, donc

$$C = \frac{\Delta p}{4\eta\ell} R^2 \tag{11}$$

On obtient alors le profil de vitesse :

$$v = -\frac{\Delta p}{4\eta\ell}(R^2 - r^2). \tag{12}$$

Le débit global dans le tube, Q, est obtenu en intégrant l'Éq. (12) sur la section du tube, et est connu comme la *Loi de Hagen-Poiseuille*

$$Q = \int_0^R 2\pi r v(r) dr, \tag{13}$$

$$= \pi \frac{\Delta p}{2\eta\ell} \int_0^R r(R^2 - r^2) dr, \tag{14}$$

$$Q = \frac{\pi}{8\eta} \frac{p_1 - p_2}{\ell} R^4. \tag{15}$$

Cette dernière expression est la *Loi de Hagen-Poiseuille*

1.5 Écoulement laminaire autour d'une sphère

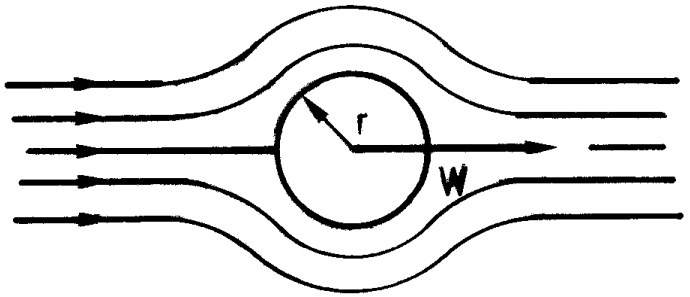


Figure 3 – Force s'exerçant sur une sphère.

La force s'exerçant sur une sphère de rayon r dans un liquide de viscosité η s'écoulant à une vitesse v (la Fig. 3), est donnée par et s'appelle la *Loi de Stokes* :

$$W = 6\pi\eta v r \tag{16}$$

L'équilibre des forces s'exerçant sur la bille doit être atteint pour que la bille se déplace uniformément avec une vitesse v dans le li-

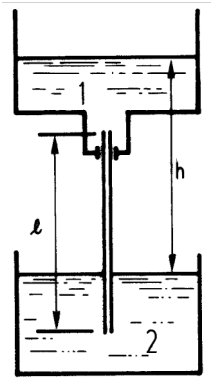
quide : $F = W$. Si le liquide est contenu dans un cylindre de rayon R, il faut prendre en compte l'influence des parois :

$$W = 6\pi\eta v r\left(1 + 2.1\frac{r}{R}\right) \tag{17}$$

qui donne la *formule de Ladenburg-Faxen*.

2 L'appareil

2.1 Écoulement laminaire dans un tube



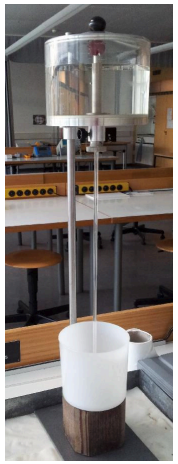


Figure 4 – Montage expérimental pour un écoulement laminaire dans un tube.

La Fig. 4 montre le schéma utilisé pour la mesure d'un écoulement laminaire dans un tube. Ici, le liquide s'écoule par un capillaire d'un réservoir (1, haut) dans un réceptacle (2, bas). Important : le capillaire doit tremper dans le liquide pendant la mesure.

La différence de pression entre le réservoir et le réceptacle est :

$$\Delta p = \rho g h \tag{18}$$

où h est la différence de hauteur entre les surfaces du liquide dans le réservoir et le réceptacle, ρ la densité du liquide, donné en g/cm^3 et g la constante de gravitation.

Le débit volumique du liquide dans le capillaire est donné par

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{\Delta M}{\rho t} \tag{19}$$

où V est le volume total écoulé du réservoir (1) vers le réceptacle (2) et ΔM la masse correspondant à ce volume.

2.2 Écoulement laminaire autour d'une sphère

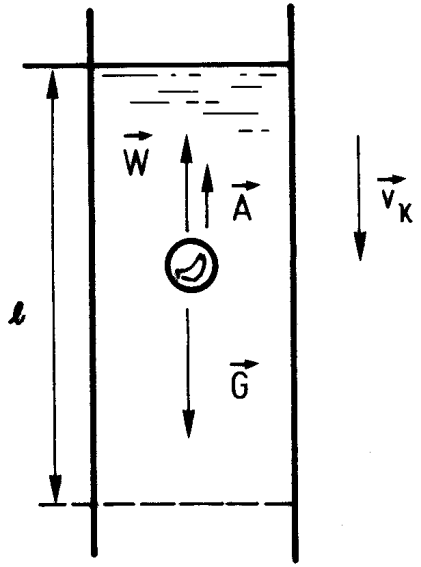




Figure 5 – Montage expérimental pour un écoulement laminaire autour d'une bille.

La Fig. 5 montre le schéma utilisé pour la mesure d'un écoulement laminaire autour d'une sphère. Dans un tube cylindrique en verre

posé verticalement, une bille tombant dans celui-ci atteindra une vitesse constante à cause des forces de frottement freinant sa chute ; la somme des forces est nulle :

$$G - A - W = 0 \tag{20}$$

Le poids de la bille, avec ρ_K la densité de la bille, est :

$$G = \frac{4\pi}{3} r^3 g \rho_K . \tag{21}$$

Le poid de la masse de liquide équivalente, avec ρ_F la densité du liquide, est :

$$A = \frac{4\pi}{3} r^3 g \rho_F . \tag{22}$$

2.3 Le viscosimètre basé sur le temps de chute

On utilise le même principe que dans l'expérience précédente, cependant avec un cylindre incliné. L'appareillage est donné dans la Fig. 6.

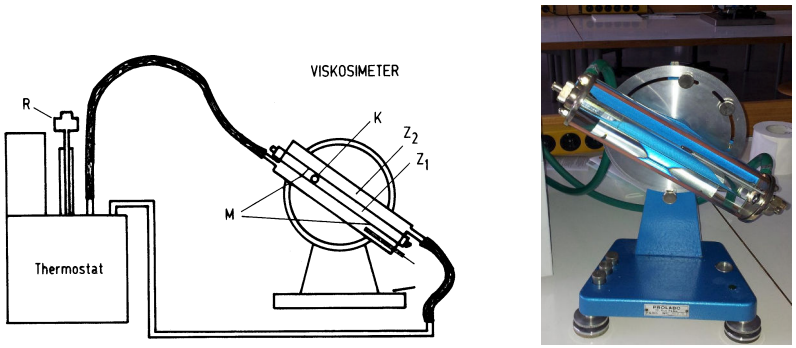


Figure 6 – Montage expérimental pour le viscosimètre basé sur le temps de chute.

Diamètre de la bille mm	K' cm^2/ s^2
11.9	0.000269
11.6	0.00169
10.0	0.0280

Table 3 – Constante K' en fonction des billes de densité $\rho_K = 7.87$ g/cm^3.

La viscosité peut être exprimée en fonction d'une constante appelée K' et de la différence des densités du liquide et des billes. En transformant l'Éq. (27), on peut obtenir la forme suivante pour la viscosité :

$$\eta = K'(\rho_K - \rho_F) \cdot t$$
$$K' = \frac{2g}{9\ell} \frac{r^2}{\left(1 + 2.1\frac{r}{R}\right)} \tag{23}$$

Pour un tube et une bille donnés, si un liquide de viscosité et densité connues est utilisé, la constant K' peut être mesurée, ainsi ce dispositif peut être utilisé comme viscosimètre. Il est important de voir que K' est de plus fonction de l'angle d'inclinaison du tube. Pour notre montage expérimental incliné d'un angle de 30° par rapport à l'horizontal, les constantes suivantes ont été déterminées et sont présentées dans la Table 3.

3 Avant de venir au labo

Nous vous conseillons vivement de venir au labo AP munis des deux premières pages écrites de votre rapport, contenant une description des objectifs de l'expérience, et les équations utiles à l'expérience. De cette manière, votre assistant pourra se convaincre tout de suite que vous êtes bien préparé(e)s et que votre expérience AP se déroulera de façon efficace.

Pour être accepté(e)s au labo AP, vous *devez impérativement* avoir effectué les devoirs suivants à la maison et les montrer à votre assistant au début de la séance de labo:

1. Vous devez être capable d'expliquer l'origine de l'Éq. (24) et d'expliquez chacun des symboles.
2. Utilisez les lois pour la propagation des incertitudes pour trouver $\delta\eta$ pour l'Éq. (24).
3. Vous devez être capable d'expliquer l'origine de l'Éq. (27) et d'expliquez chacun des symboles.
4. Utilisez les lois pour la propagation des incertitudes pour trouver $\delta\eta$ pour l'Éq. (27).

4 Travaux à effectuer

4.1 Tâche: Mesure du débit de glycérine dans deux capillaires et détermination de la viscosité en utilisant la loi de Hagen-Poiseuille.

Procédures: À l'aide de l'Éq. (15) il est possible de déterminer la viscosité d'un liquide simplement en mesurant le débit de celui-ci s'écoulant dans un tube de diamètre et de longueur connus. En introduisant les relations (18) et (19) dans (15), on obtient :

$$\eta = \frac{\pi g \rho^2}{8} \frac{h}{\ell} R^4 \frac{t}{\Delta M} \tag{24}$$

Procédures: Les mesures sont effectuées avec deux capillaires différents de longueur connue ℓ et rayon R. Un bouchon en verre permet d'ouvrir et de fermer le capillaire : la quantité de liquide ΔM s'étant écoulée est mesurée par pesée du réceptacle avant et après l'écoulement. Le temps de mesure vaut 30 à 45 minutes. Pour h, on utilise la valeur moyenne des hauteurs mesurées au début et à la fin de l'expérience :

$$h = \frac{h_1 + h_2}{2} \tag{25}$$

Procédures: La densité du liquide est mesurée à l'aide d'un aéromètre. Le réceptacle ne doit être placé sous le capillaire que lorsque l'écoulement est stationnaire, c'est-à-dire lorsque le capillaire est rempli de liquide. Il faut remettre le bouchon après avoir enlevé le réceptacle.

4.2 Tâche: Mesure du temps de chute de la bille dans un cylindre rempli de glycérine et calcul de la viscosité avec la loi de Stokes.

Procédures: La somme des forces est nulle et on applique l'Éq. (20). Grâce aux Éqs (22), (21) et les forces de frottement qui sont données par la formule de Ladenburg-Faxen, l'Éq. (17), on obtient :

$$\frac{4\pi}{3} r^3 g (\rho_K - \rho_F) - 6\pi\eta v r \left(1 + 2.1 \frac{r}{R}\right) = 0 . \tag{26}$$

En utilisant $v = \ell/t$, avec ℓ la distance des lignes de départ et d'arrivée, on obtient :

$$\eta = \frac{2g}{9} \frac{\rho_K - \rho_F}{\ell} \frac{r^2}{\left(1 + 2.1 \frac{r}{R}\right)} t \tag{27}$$

Procédures: Les rayons des billes seront mesurés à l'aide du micromètre, leur densité vaut $\rho_K = 7.87$ g/cm^3. Les expériences seront faites avec 3 billes différentes. Le temps de chute sera mesuré 3 fois pour chaque taille de bille et la valeur moyenne utilisée pour les calculs.

4.3 Tâche: Détermination de la dépendance en température de la viscosité en utilisant un viscosimètre basé sur la méthode de la chute de la bille.

Procédures: A l'aide des vis du support, le viscosimètre est positionné horizontalement. La glycérine et la bille se trouvent dans un cylindre calibré Z_1. Celui-ci est monté sur un axe Z_2 qui maintient le système à température constante à l'aide d'un bain. La température de celui-ci est régulée à l'aide d'un thermostat et peut être contrôlée à l'aide du thermomètre.

Procédures: On mesure le temps de chute t de la bille entre les marques, trois fois avec un angle d'inclinaison du tube de 30° vers la gauche, trois fois avec un angle de 30° vers la droite. Le temps est mesuré lorsque la face inférieure de la sphère passe la marque. Il doit être mesuré pour les températures suivantes : température ambiante, 25, 30, 35, 40 et 45°C.

Le temps de chute à température ambiante est obtenu avec le thermostat éteint. Ensuite le thermostat sera réglé sur 25°C et allumé par l'assistant. Après 6 minutes la température est lue sur le thermomètre et le temps de chute de la bille mesuré.

Procédures: Ensuite toutes les autres mesures sont conduites de manière analogue. Faite un graphique sur papier semi-logarithmique et déterminer la constante de température T_c de l'Éq. (5).

4.4 Tâche: Comparaison des résultats obtenus dans les points précédents.

Procédures: Détermination du pourcentage d'eau dans les solutions de glycérine au moyen de la Table 2.

Fribourg, 3. Juni 2013
Françoise Mulhauser