Loi de Hooke

Département de Physique, Université de Fribourg

Romain De Groote

17 octobre 2025

1 Introduction

En physique, l'un des mouvements les plus étudiés et utilisés est l'oscillateur harmonique. Il permet d'étudier des mouvements périodiques. Il est possible de l'étudier au travers de 2 modèles différents : celui d'un pendule et celui d'un ressort. Les deux équations sont très semblables mais décrivent des mouvements légèrement différents : celui d'en pendule possède une oscillation alors que celui du ressort vient plutôt décrire un mouvement de translation périodique. Cette différence est visible dans l'équation de leur accélération, on a, respectivement pour le pendule et pour le ressort :

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{L}\theta \qquad \ddot{z} = -\frac{k}{m}z \tag{1.1}$$

On remarque que la seule différence entre ces deux équations est un facteur ω, qui vaut $\frac{g}{L}$ ou $\frac{m}{k}$ dépendemment si on observe un pendule ou un ressort. On appelle ce facteur la fréquence angulaire. Le mouvement d'un ressort est donc périodique et dépendent de 2 constantes : m et k, où m est la masse accrochée au ressort et k est la constante de raideur propre au ressort. [1]

2 But de l'expérience

L'objectif des expériences réalisées est de déterminer la constante de raideur k d'un ressort donné en obervant la statique et la dynamique de ce dernier lorsque des masses y sont accrochées. La statique sera étudier en mesurant l'allongement du ressort pour différentes masses et la dynamique sera calculer en mesurant les périodes d'oscillations des masses. On effectuera ensuite une régression linéaire afin de déterminer la constante de raideur k_s et k_d, respectivement en statique et en dynamique. On finira par déterminer la valeur de g dans le laboratoire en reliant les équations au travers de la constante de raideur qui devrait être identique dans les deux cas (à une incertitude près). Ce mode opératoire sera répété pour un ressort simple puis pour un ressort composé de deux ressorts simples identiques montés en parallèle. On cherche également à introduire la notion d'erreur sur les mesures et les résultats, en étudiant les sources d'erreurs possibles et en calculant les incertitudes sur les résultats obtenus.

3 Contexte théorique

Dans l'étude du mouvement des ressorts, la loi la plus importante est la loi de Hooke, elle s'écrit comme suit :

$$F_{\text{res}} = k \cdot \Delta z \tag{3.1}$$

où F est la force appliquée par le ressort en N, Δz est la variation de la longueur du ressort en m et k la constante de raideur propre au ressort donnée en N.m^{-1}. Cette loi décrit la force éxercé par un ressort sur une masse. Dans le contexte de l'expérience, seule cette force est prise en compte et le mouvement considéré comme unidimmensionnel , i.e. les frottements seront négligés tout comme les mouvements de translation et de rotation pouvant avoir lieu lors du déplacement du ressort.

1. Ce paragraphe est basé sur les notes de cours de [Ric24]

3.1 Statique

Depuis 3.1 et la deuxième loi de Newton, on peut écrire que, selon notre unique dimension z perpendiculaire au sol et parallèle à l'axe du ressort :

$$z_i = \frac{g}{k_s} m_i + z_0 \tag{3.2}$$

où m_i est la masse accrochée au ressort en kg, g l'accélération de la pesanteur en $\mathrm{m.s^{-2}}$, k_s la constante de raideur du ressort en statique en $\mathrm{N.m^{-1}}$ et $\Delta z_i = z_i - z_0$ l'allongement du ressort en m. En isolant Δz_i, on obtient :

On utilise alors la regression linéaire pour déterminer la constante de raideur k_s du ressort en statique. Pour ce faire on utilise la regression linéaire. On peut donc déterminer k_s à partir de la pente de la droite de régression linéaire. En introduisant les incertitudes sur les mesures de z_i et m_i, on peut également déterminer l'incertitude sur la constante de raideur k_s en utilisant la formule de propagation des incertitudes :

$$k_s \pm \delta k_s = \frac{g}{a_s} \pm \frac{g \cdot \delta a_s}{a_s^2} \tag{3.3}$$

où δa_s est l'incertitude sur la pente de la droite de régression linéaire et δk_s l'incertitude sur la constante de raideur en statique.

3.2 Dynamique

En dynamique, on ne se base plus sur la variation de la longueur du ressort mais sur la période d'oscillation du système masse-ressort. On peut écrire la période d'oscillation T du système masse-ressort comme suit :

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k_d} m_i + \underbrace{\frac{4\pi^2}{k_d} m_0}_{T_0^2} \tag{3.4}$$

où T_0^2 en $\mathrm{s^2}$ est le carré de la période du système avec une masse nulle, m_i sont les différentes masses en g, m_0 est la masse initiale du système en g et k_d la constante de raideur du ressort en dynamique en $\mathrm{N.m^{-1}}$. Comme il est difficile de mesurer cette période lors d'une oscillation, on mesure le temps qu'il faut pour effectuer n oscillations, on obtient alors le carré de la période T_i avec son erreur par la relation :

$$T_i^2 \pm \delta T_i^2 = \frac{4\pi^2}{k_d} m_i + T_0^2 \pm \frac{2(nT)_i}{n^2} \delta (nT)_i \tag{3.5}$$

où δnT_i est l'incertitude sur la mesure du temps pour n oscillations. On peut alors déterminer la constante de raideur k_d du ressort en dynamique à partir de la pente a_d de la droite de régression linéaire. En introduisant les incertitudes sur les mesures de T_i et m_i, on peut également déterminer l'incertitude sur la constante de raideur k_d en utilisant la formule de propagation des incertitudes :

$$k_d \pm \delta k_d = \frac{4\pi^2}{a_d} \pm \frac{4\pi^2 \cdot \delta a_d}{a_d^2} \mathrm{N.m^{-1}} \tag{3.6}$$

3.3 Détermination de g

Comme le ressort est le même dans les deux expériences, on peut supposer que la constante de raideur est la même dans les deux cas, i.e. $k_s = k_d$. À l'aide des équations 3.2 et 3.5, on obtient, avec l'incertitude :

$$g \pm \delta g = \frac{4\pi^2 a_s}{a_d} \pm 4\pi^2 \sqrt{\left(\frac{\delta a_s}{a_d}\right)^2 + \left(\frac{a_s \cdot \delta a_d}{a_d^2}\right)^2} \mathrm{m.s^{-2}} \tag{3.7}$$

4 Déroulement de l'expérience

On commence par la mise en place du matériel. Un support est placé sur le bord d'un table, celui-ci soutient un dispositif permettant de suspendre 1 à 2 ressorts verticalement. De plus une règle de 1 mètre, précise de 1 mm, est fixée verticalement derrière le ressort afin de mesurer son allongement. Un chronomètre est mis à disposition pour mesurer le temps d'oscillation du système pour les phases de dynamique.

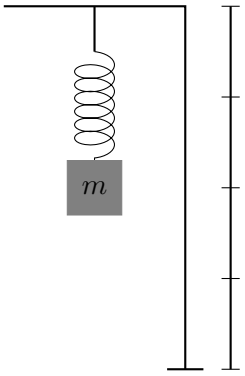


FIGURE 4.1 – Ressort simple

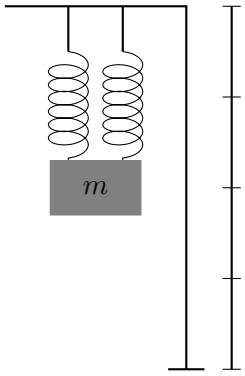


FIGURE 4.2 – Ressort double (en parallèle)

FIGURE 4.3 – Montage expérimental

10 masses sont également fournies, elles sont pesées en gramme, afin d'augmenter la diversité des échantillons, des arrangements entre ces dernières seront donc faits. Enfin un outil de régression linéaire disponible sur le site APLabs. Le matériel en main, il est possible de commencer les mesures en déterminant les différentes masses des objets à l'aide d'une balance de précision. L'expérience sera d'abord réalisée avec un ressort simple puis avec un ressort composé de deux ressorts identiques montés en parallèle. Pour chaque configuration, on commencera par la partie statique puis on enchaînera avec la partie dynamique.

4.1 Statique

Comme il est supposé impossible de mesurer l'allongement du ressort au repos, la longueur initiale z_0 sera calculer par régression linéaire. L'expérience statique va consister à mesurer l'allongement du ressort z_i pour les différents masses m_i préalablement pesées. Pour chaque masse ou jeu de masses, on accroche la masse au ressort et on attend que le système atteigne son point d'équilibre. Une fois chose faite, on mesure la longueur du ressort z_i à l'aide de la règle placée derrière le ressort. On répète cette opération pour les 10 masses ou arrangements de masses différents. On note également les incertitudes sur les mesures de m_i et z_i.

4.2 Dynamique

Pour les mesures dynamiques, on commence par accrocher la masse la plus légère au ressort. On tire légèrement sur la masse vers le bas puis on la lâche sans impulsion afin de ne pas biaiser les résultats. On utilise le chronomètre pour mesurer le temps qu'il faut pour effectuer n oscillations complètes, où n est choisi de manière à minimiser l'incertitude sur la mesure du temps, il faut donc prendre n le plus grand possible. Ainsi, une erreur de comptage aura une plus faible incidence. On répète cette opération pour les 10 masses ou arrangements de masses différents. On note également les incertitudes sur les mesures de m_i et T_i. Une fois toutes les mesures prises, on peut plotter le graphe.

4.3 Détermination de g

Une fois les deux constantes de raideur k_s et k_d déterminées, on peut utiliser l'équation 3.7 pour déterminer la valeur de g dans le laboratoire ainsi que son incertitude. On compare ensuite cette valeur à la valeur théorique de $g = 9.8091$ m.s^{-2} afin de vérifier la validité de nos résultats. [2]

5 Résultats

Une fois les mesures effectuées, on obtient les résultats suivants :

5.1 Ressort simple

5.1.1 Statique

Nous obtenons pour la valeur a_s en faisant la régression linéaire à partir de l'équation 3.2 :

$$a_s \pm \delta a_s = (1.25 \pm 0.01) \cdot 10^{-3}\text{m kg}^{-1} \tag{5.1}$$

on peut également trouver la longueur initiale z_0 du ressort en prenant l'ordonnée à l'origine b_s que nous trouvons grâce à l'outil de régression linéaire :

$$z_0 \pm \delta z_0 = (120.682 \pm 0.410) \cdot 10^{-3}\text{m} \tag{5.2}$$

enfin, on peut en déduire la constante de raideur k_s du ressort en statique grâce à l'équation 3.3 :

$$k_s \pm \delta k_s = (7.796 \pm 0.035)\,\text{N m}^{-1} \tag{5.3}$$

5.1.2 Dynamique

Nous obtenons pour la valeur a_d en faisant la régression linéaire à partir de l'équation 3.6 :

$$a_d \pm \delta a_d = (4.7063 \pm 0.0912)\,\text{s}^2\,\text{kg}^{-1} \tag{5.4}$$

on peut également déduire la période du système avec une masse nulle T_0 en prenant la racine carrée de b_d que nous trouvons grâce à l'outil de régression linéaire :

$$T_0 \pm \delta T_0 = (0.5945 \pm 0.2131)\,\text{s} \tag{5.5}$$

enfin, on peut en déduire la constante de raideur k_d du ressort en dynamique grâce à l'équation 3.6 :

$$k_d \pm \delta k_d = (8.388 \pm 0.017)\,\text{N m}^{-1} \tag{5.6}$$

5.1.3 Détermination de g

Comme $k_s = k_d$ théoriquement, et que l'on trouve dans la pratique que $k_s = k_d$ à l'incertitude près, on peut utiliser les valeurs de a_s et a_d trouvées aux équations 5.1 et 5.4, on peut déterminer la valeur de g dans le laboratoire grâce à l'équation 3.7 :

$$g \pm \delta g = (10.5534 \pm 0.7980)\,\text{m s}^{-2} \tag{5.7}$$

2. Cette valeur est celle donnée dans le dossier de TP pour la valeur du champ gravitationnel terrestre dans le laboratoire.

On remarque que cette valeur, à l'incertitude près, est compatible avec la valeur théorique de $g = 9.8091$ m.s^{-2}.

5.2 Ressort double

5.2.1 Statique

Nous obtenons pour la valeur a_s en faisant la régression linéaire à partir de l'équation 3.2 :

$$a_s \pm \delta a_s = (0.5997 \pm 0.0139)\,\mathrm{m\,kg^{-1}} \tag{5.8}$$

on peut également trouver la longueur initiale z_0 du ressort en prenant l'ordonnée à l'origine b_s que nous trouvons grâce à l'outil de régression linéaire :

$$z_0 \pm \delta z_0 = (0.142\,53 \pm 0.000\,79)\,\mathrm{m} \tag{5.9}$$

enfin, on peut en déduire la constante de raideur k_s du ressort en statique grâce à l'équation 3.3 :

$$k_s \pm \delta k_s = (16.354 \pm 1.533)\,\mathrm{N\,m^{-1}} \tag{5.10}$$

5.2.2 Dynamique

Nous obtenons pour la valeur a_d en faisant la régression linéaire à partir de l'équation 3.6 :

$$a_d \pm \delta a_d = (2.4942 \pm 0.2127)\,\mathrm{s^2\,kg^{-1}} \tag{5.11}$$

on peut également déduire la période du système avec une masse nulle T_0 en prenant la racine carrée de b_d que nous trouvons grâce à l'outil de régression linéaire :

$$T_0 \pm \delta T_0 = (0.2020 \pm 0.0978)\,\mathrm{s} \tag{5.12}$$

enfin, on peut en déduire la constante de raideur k_d du ressort en dynamique grâce à l'équation 3.6 :

$$k_d \pm \delta k_d = (15.8274 \pm 1.3500)\,\mathrm{N\,m^{-1}} \tag{5.13}$$

5.2.3 Détermination de g

Comme $k_s = k_d$ théoriquement, et que l'on trouve dans la pratique que $k_s = k_d$ à l'incertitude près, on peut utiliser les valeurs de a_s et a_d trouvées aux équations 5.8 et 5.11, on peut déterminer la valeur de g dans le laboratoire grâce à l'équation 3.7 :

$$g \pm \delta g = (9.492 \pm 0.839)\,\mathrm{m\,s^{-2}} \tag{5.14}$$

On remarque que cette valeur, à l'incertitude près, est compatible avec la valeur théorique de $g = 9.8091$ m.s^{-2}.

6 Discussion

On remarque que les valeurs de k_s et k_d sont égale à l'incertitude près, cela confirme notre hypothèse que la constante de raideur est la même en statique et en dynamique. De plus, la valeur pratique mesuré préalablement de l'expérience est de $8\,\mathrm{N\,m^{-1}}$ pour chaque ressort simple. Cela valide donc nos résultats. On remarque également que la valeur de g mesurée dans le laboratoire est compatible avec la valeur théorique à l'incertitude près, ceci confirme la validité de nos résultats. On voit également

que les incertitudes sur les mesures des k_s sont plus petites que celles des k_d, cela est dû à deux choses au fait que les mesures k_s n'ont comme incertitude uniquement la présicion du matériel de mesure, alors que les mesures k_d sont influés par le temps de réaction, le comptage des N. De plus, on a négligé certaines sources d'erreurs moindres qui peuvent avoir eu un effet sur notre résultat final, comme les frottements de l'air ou la dissipation d'énergie dans le ressort, les deux ayant ralenti les oscillations du système. On peut néanmoins conclure que l'expérience a été concluante.

7 Conclusion

En conclusion, on a pu mesurer la constante de raideur k d'un ressort simple puis double de façon statique et dynamique. On a pu vérifier qu'importe la méthode utilisé, le résutlat trouvé est le même à chaque fois, à l'incertitude près. Cela a permis de déterminer la valeur de g, qui s'est avérée compatible avec la valeur théorique. On a également pu introduire la notion d'erreur dans les différentes mesures réalisées et dans les résultats obtenus.

Références

[Ric24] Paolo Ricci. Physique avancée i (mécanique), 2024.

8 Annexes

- Results 127 : Hooke's Law
- Graphique 1 : 1 ressort, statique
- Graphique 2 : 1 ressort, dynamiques
- Graphique 3 : 2 ressorts, statique
- Graphique 4 : 2 ressorts, dynamique
-